

Télétrafic (TTR)

EXERCICE 2

Files d'attente

Janvier 2018

Problème 1

Décrivez les systèmes de file d'attente suivants : M/M/1, M/D/1/K, M/G/3, D/M/2, G/D/1, D/D/2.

Problème 2

Dites si chaque assertion est vraie ou fautive pour une file d'attente :

1. Quand les arrivées sont markoviennes, le temps entre deux arrivées consécutives est distribué selon une distribution exponentielle.
2. Quand les arrivées sont markoviennes, le nombre de personnes arrivées dans une période de temps donnée est distribué selon la distribution de Poisson.
3. Dans une file M/M/1 avec un taux d'arrivées $\lambda > 0$ et un taux de service $\mu > 0$, où $\lambda \geq \mu$ le nombre de personnes en attente va augmenter indéfiniment.
4. Dans une file M/M/m avec un taux d'arrivées $\lambda > 0$ et un taux de service $\mu > 0$, la file est ergodique si $\rho = \lambda/\mu < 1$.
5. Dans une file M/M/m/m si tous les serveurs sont occupés et un client arrive il sera placé dans une file d'attente de taille maximale m .
6. La formule de Erlang B (probabilité de perte) nous donne la probabilité que tous les serveurs soient occupés **et** un nouveau client arrive.
7. Dans une file M/M/m/K on peut avoir au maximum $K - m$ clients en attente d'être servi.
- > **Pour les questions suivantes, considérez une file d'attente M/M/1 avec un taux d'arrivées $\lambda > 0$, un taux de service $\mu > 0$, et $\rho = \lambda/\mu < 1$.**
8. La file est ergodique.
9. Le temps moyen entre deux arrivées consécutives est λ .
10. Le temps moyen de service est $1/\mu$.
11. Le temps moyen dans la file (= attente + service) est $1/\mu$.
12. Si $\rho = 2/3$, il y aura en moyenne 2 clients dans la file, un en attente et un en train d'être servi.
13. Si $\rho = 3/4$, il y aura en moyenne 3 clients dans la file, deux en attente et un en train d'être servi.

Problème 3

Une file d'attente comprend 2 serveurs, des arrivées exponentielles avec un temps moyen entre deux arrivées de 1 heure, et un temps de service distribué exponentiellement avec un moyen de 1 heure par client. Supposons qu'un client vient d'arriver à 12h00.

1. Quelle est la probabilité que le prochain client arrivera avant 13h?
2. Quelle est la probabilité que le prochain client arrivera après 14h?
3. Supposons que personne n'est arrivé avant 13h. Quelle est la probabilité que la prochaine arrivée sera entre 13h et 14h?
4. Supposons que à 13h les deux serveur sont occupés. Quelle est la probabilité que aucun de deux soit fini avant 13h10? Avant 14h?

Problème 4

Donnez la formule de la loi de Little pour les files d'attente et expliquer les variables qui y figurent. Quelles sont les conditions nécessaires pour que cette loi soit applicable?

Problème 5

Considérez une file d'attente M/M/1, avec paramètres λ et μ .

1. Quelle est la condition d'ergodicité pour cette file?
2. Quelle est la formule qui donne la probabilité d'avoir 0, 1, 2, 3, ... clients dans la file?
3. Quel est le nombre moyen de clients dans la file?
4. Quel est le temps que chaque client passe dans la file (en moyenne)?
5. Partagez le temps du (4.) entre le temps moyen passé en attente et le temps moyen passé être servi.

Problème 6

Répondez au mêmes questions que **Problème 5** pour le cas d'une file d'attente M/M/1/K.

Problème 7

1. Trouvez $P[N \geq n]$ pour un système M/M/1.
2. Quel est le débit d'arrivée maximum dans un système avec un débit de service de μ si nous exigeons que $P[N \geq n] = 10^{-3}$?

Problème 8

Considérez un système M/M/5/5 dans lequel le débit d'arrivée est de 10 clients/minute et le temps de service moyen est 1/2 minute.

1. Trouvez la probabilité de blocage d'un client
2. * Combien de serveurs supplémentaires faudrait-il avoir pour réduire la probabilité de blocage à 10%?